Elasticidade da Pobreza em Relação à Renda Média e à Desigualdade no Brasil e nas Unidades da Federação

Rodolfo Hoffmann

Instituto de Economia, Universidade de Campinas (UNICAMP), São Paulo, Brasil

---

Resumo

Apresenta-se uma metodologia para calcular a elasticidade de medidas de pobreza (proporção de pobres, índice de pobreza de Sen e índice de Foster, Greer e Thorbecke) em relação ao rendimento médio (μ) e em relação ao índice de Gini (G), pressupondo que a distribuição de renda é log-normal, e analisa-se como essas elasticidades variam em função de μ e G. As elasticidades da proporção de pobres são calculadas para o Brasil e para cada Unidade da Federação em 1999, considerando a distribuição do rendimento domiciliar per capita*, e os resultados são comparados com aqueles obtidos por Marinho e Soares (2003) com outra metodologia. Verifica-se que as duas estimativas mostram padrão de variação entre estados muito semelhante. A vantagem óbvia do método utilizado aqui é a possibilidade de obter uma estimativa das elasticidades dispondo apenas dos valores de μ e G de uma distribuição. Também são apresentados os valores das elasticidades em 2001 e 2002.*

Palavras-chave: Pobreza, Elasticidade, Distribuição log-normal
Classificação JEL: I32

Abstract

The paper shows how to compute the elasticities of poverty measures (the poors head-count ratio, Sen's poverty index and the measure of Foster, Greer and Thorbecke) in relation to the mean income (μ) and in relation to the Gini index (G), assuming that the income distribution is lognormal, analysing how these poverty elasticities vary as functions of μ and G. The elasticities of the poors head-count ratio are computed for Brazil and its states in 1999, considering the distribution of per capita *household income, comparing the results with those obtained by Marinho and Soares (2003) with other methodology. The two estimates show very similar patterns of variation between Brazilian states. The obvious advantage of the method used in this paper is the possibility to compute the elasticities using only the values of μ and G for an income distribution. The elasticities are also computed for 2001 and 2002.*

1 Introdução

O objetivo deste trabalho é analisar a elasticidade da proporção de pobres em relação à renda média e ao índice de Gini da distribuição da renda domiciliar *per capita* no Brasil, nas Unidades da Federação e nas grandes regiões do país.

* Professor do Instituto de Economia da UNICAMP, com apoio do CNPq. O autor agradece as sugestões de Marcelo Neri a uma versão anterior deste trabalho, apresentada no Encontro da ANPEC de 2004, em João Pessoa. *Email address:* rhoffman@eco.unicamp.br (Rodolfo Hoffmann).

Hoffmann (1995) analisa as relações entre pobreza absoluta, renda média e desigualdade da distribuição de renda, mas não obtém valores das elasticidades da pobreza em relação às outras duas variáveis. Equações de regressão relacionando essas variáveis com base em dados sincrônicos ou séries temporais são apresentadas nesse trabalho e também em Hoffmann (1992, 1998). Barros e Mendonça (1997) desenvolveram importante análise comparativa entre os impactos do crescimento econômico e de reduções na desigualdade sobre o grau de pobreza no Brasil.

Não caberia, aqui, fazer uma revisão da extensa literatura que analisa a relação entre crescimento e desigualdade da distribuição da renda, desde o trabalho pioneiro de Kuznets (1955).

Cabe reconhecer que o presente trabalho foi provocado pela pormenorizada análise do impacto do crescimento econômico e da concentração de renda sobre a redução da pobreza nos estados brasileiros, apresentada por Marinho e Soares (2003). Utilizando valores da proporção de pobres, renda média e índice de Gini da distribuição do rendimento domiciliar *per capita* por estado, obtidos das PNAD de 1985 a 1999, esses autores ajustam equações de regressão relacionando os logaritmos das 3 variáveis e, a partir de uma das equações estimadas, calculam a elasticidade da proporção de pobres em relação à renda média para cada estado.

Outro trabalho recente sobre o tema é o de Neder (2004), que estima elasticidades de medidas de pobreza em relação à renda média e ao índice de Gini da renda domiciliar *per capita*, para as áreas rurais de regiões e estados do Brasil, com base na PNAD de 2001. Ele utiliza uma metodologia proposta por Kakwani (1990), baseada no ajustamento de curvas de Lorenz.

Aqui as elasticidades da proporção de pobres em relação à renda média e em relação ao índice de Gini serão calculadas diretamente a partir de parâmetros da distribuição do rendimento domiciliar *per capita* em cada estado, admitindo que essa distribuição seja a log-normal.

Na próxima seção são apresentadas as expressões para determinação dos parâmetros da distribuição log-normal e o cálculo das elasticidades. Na terceira seção são analisadas as principais características da distribuição do rendimento domiciliar *per capita* no Brasil e nas Unidades da Federação e são apresentados e discutidos os valores das elasticidades da proporção de pobres em relação ao rendimento médio e ao índice de Gini, utilizando os dados da PNAD de 1999. Na quarta seção são apresentados resultados para 2001 e 2002, incluindo valores das elasticidades das medidas de probreza de Sen e de Foster, Greer e Thorbecke em relação à renda média e em relação ao índice de Gini.

2 A Distribuição Log-normal e as Elasticidades

Vamos admitir que a distribuição do rendimento x seja log-normal, ou seja, que $y = \ln x$ tem distribuição normal com média α e variância β^2. A mediana de x é igual a $\exp(\alpha)$. Pode-se provar que a moda e a média da distribuição de x são, respectivamente, $\exp(\alpha - \beta^2)$ e

$$\mu = \exp\left(\alpha + \frac{1}{2}\beta^2\right) \tag{1}$$

Note-se que a distribuição log-normal é positivamente assimétrica, sendo a moda a menor das três medidas de tendência central mencionadas e a média a maior delas.

O índice de Gini para a distribuição log-normal (ver Aitchison e Brown (1957)) é

$$G = 2\Phi\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}}\right) - 1, \tag{2}$$

sendo Φ a função de distribuição de uma variável normal reduzida.

Dada a linha de pobreza z, a proporção de pobres é

$$H = \Phi\left(\frac{\ln z - \alpha}{\beta}\right) \tag{3}$$

De (1) e (3) segue-se que

$$H = \Phi\left(\frac{\beta}{2} - \frac{1}{\beta}\ln\frac{\mu}{z}\right) \tag{4}$$

As relações (2) e (4), encaradas como equações paramétricas em β, estabelecem como a proporção de pobres (H) varia em função da renda média (μ) e do índice de Gini (G) da distribuição log-normal.

Observa-se, na expressão (4), que o efeito de uma mudança em μ sobre H depende da relação $m = \mu/z$. O efeito de dobrar a renda média μ, por exemplo, é idêntico ao efeito de reduzir a linha de pobreza z à metade. É interessante, então, passar a analisar a relação entre H e m:

$$H = \Phi\left(\frac{\beta}{2} - \frac{1}{\beta}\ln m\right) \tag{5}$$

De acordo com a expressão (2), fixar G corresponde a fixar β. Então, indicando por ϕ a função de densidade da distribuição normal reduzida, a derivada parcial de H em relação a m é

$$\frac{\partial H}{\partial m} = -\frac{1}{\beta m}\phi\left(\frac{\beta}{2} - \frac{1}{\beta}\ln m\right) \tag{6}$$

Segue-se que a elasticidade de H em relação a m é

$$\varepsilon\left(H|m\right)=-\frac{1}{\beta H}\phi\left(\frac{\beta}{2}-\frac{1}{\beta}\ln m\right) \tag{7}$$

Mantendo-se constante a linha de pobreza, essa é, também, a elasticidade de H em relação à renda média μ.

A figura 1 mostra como essa elasticidade varia em função de m para 4 valores do índice de Gini (0,4, 0,5, 0,6 e 0,7). A elasticidade é sempre negativa e seu valor absoluto cresce em função de m, sendo que esse valor absoluto é maior e o seu crescimento em função de m é mais rápido quando a desigualdade é menor.

Utilizando (2) e (5) pode-se verificar que

$$\frac{\partial H}{\partial G}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{\beta^2}\ln m}{\sqrt{2}\phi\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}}\right)}\phi\left(\frac{\beta}{2}-\frac{1}{\beta}\ln m\right) \tag{8}$$

Segue-se que a elasticidade de H em relação a G é

$$\varepsilon\left(H|G\right)=\frac{G\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\beta^2}\ln m\right)}{\sqrt{2}H\phi\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}}\right)}\phi\left(\frac{\beta}{2}-\frac{1}{\beta}\ln m\right) \tag{9}$$

Podemos observar, na figura 2, como essa elasticidade varia em função de G, para 6 valores de m. Para G entre 0,4 e 0,6 e valores de $m=\mu/z$ entre 2 e 4, a elasticidade $\varepsilon(H|G)$ é uma função decrescente de G e uma função crescente de m. Fixada a renda média, a redução percentual em H decorrente de uma redução de 1% em G é maior para os mais pobres (z mais baixo, que corresponde a m mais elevado).

Observa-se, na figura 2, que a elasticidade $\varepsilon\left(H|G\right)$ pode ser negativa se $m<1$, ou seja, um aumento de G pode estar associado a uma diminuição de H, mantida constante a renda média (μ), se esta for menor do que a linha de pobreza (z) adotada.

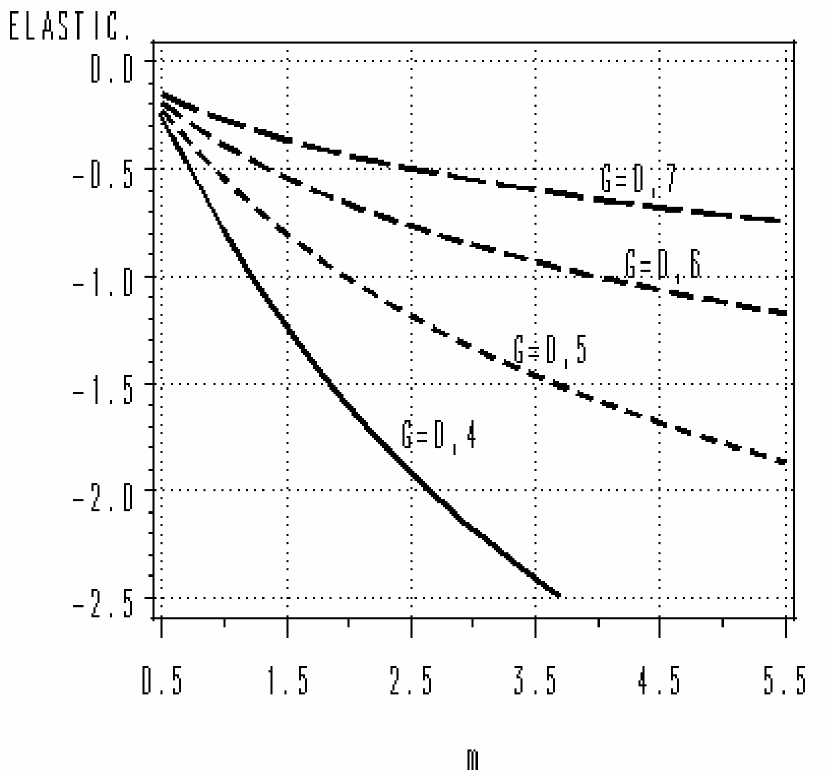

Fig. 1. A elasticidade da proporção de pobres em relação à renda média [$\varepsilon\,(H|m)$] para uma distribuição log-normal.

Mas $\varepsilon\,(H|G)$ não é necessariamente negativa quando $\mu < z$, como acontece com a expressão da elasticidade de H em relação a G apresentada por Kakwani (1990), p. 15. Isso acontece porque Kakwani pressupõe que o aumento do índice de Gini decorre de aumentos proporcionais na diferença entre abscissa (p) e ordenada [$L(p)$] da curva de Lorenz, isto é, ele admite que após o aumento na desigualdade a nova ordenada da curva de Lorenz é

$$L(p) - \lambda\,[p - L(p)]\,,$$

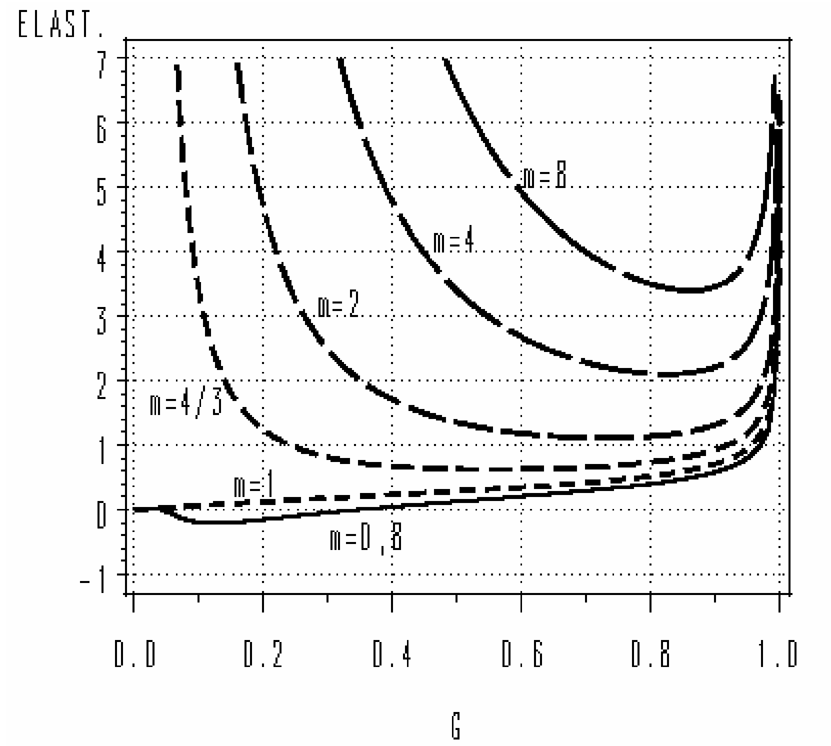

Fig. 2. A elasticidade da proporção de pobres em relação ao índice de Gini [$\varepsilon\,(H|G)$] para uma distribuição log-normal.

sendo λ o aumento relativo no índice de Gini[1]. Por outro lado, Kakwani não pressupõe que a distribuição de renda seja log-normal, como fazemos no presente trabalho.

O fato de $\varepsilon\,(H|m)$ ter maior valor absoluto quando G é menor e $\varepsilon\,(H|G)$ ser maior quando m é mais elevado sugere que, se o objetivo for reduzir a pobreza, uma política econômica eficiente deve combinar crescimento econômico e redução da desigualdade, como foi assinalado por Barros e Mendonça (1997). Isso pode ser mais facilmente visualizado na figura 3, que mostra 4 curvas de

[1] A pressuposição de Kakwani é discutida no Anexo.

isopobreza. Cada curva é o lugar geométrico dos pontos de coordenadas m, G que produzem determinada proporção de pobres (H), admitindo que a distribuição de renda é log-normal. Admitamos que um país está no ponto A, com $G = 0,6$ e $H = 0,5$. A redução da extensão da pobreza de $H = 0,5$ para $H = 0,3$ pode ser alcançada apenas reduzindo a desigualdade (passando de A para B), apenas aumentando a renda média (passando de A para D) ou por meio de uma combinação de crescimento e redução da desigualdade (passando de A para C). O caminho baseado apenas em crescimento da renda média (de A para D) só é o recomendável se for possível mostrar que a dificuldade político-econômica de reduzir a desigualdade for infinitamente mais elevada que a dificuldade de aumentar a renda média.

A análise da variação de H em função da desigualdade foi feita adotando o índice de Gini como medida de desigualdade. Cabe assinalar que o procedimento é muito semelhante se utilizarmos as medidas de desigualdade de Theil (T ou L). O próprio Theil (1967) mostrou que, para a distribuição log-normal

$$T = L = \frac{\beta^2}{2} \tag{10}$$

De (5) e (10) é fácil deduzir que, se a distribuição de renda é log-normal, a elasticidade de H em relação a T ou L é

$$\varepsilon\left(H|T\right) = \frac{\partial H}{\partial T} \cdot \frac{T}{H} = \frac{\beta}{2H}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\beta^2}\ln m\right)\phi\left(\frac{\beta}{2} - \frac{1}{\beta}\ln m\right) \tag{11}$$

Embora a proporção de pobres (H) seja uma medida de pobreza muito utilizada (inclusive por ser de fácil interpretação), é necessário reconhecer suas limitações. Como já assinalou Sen (1976), H mede apenas a extensão da pobreza, sendo insensível à intensidade da pobreza, associada à insuficiência de renda dos

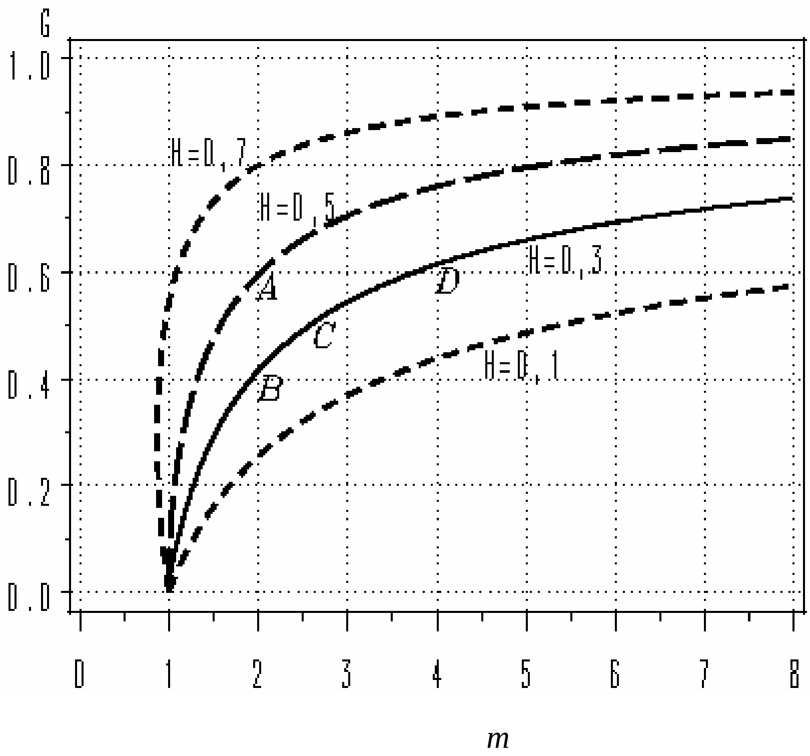

Fig. 3. Curvas de isopobreza para a distribuição log-normal, para 4 valores da proporção de pobres: $H = 0,1$, $H = 0,3$, $H = 0,5$ ou $H = 0,7$.

pobres [2]. Nesse trabalho ele propôs o uso de um índice que pode ser calculado como

$$P = H\left[I + (1 - I)\, G_*\right], \tag{12}$$

[2] Essa limitação da proporção de pobres como medida de pobreza fica caricaturalmente ressaltada pela seguinte afirmativa: se o objetivo for estritamente diminuir H, seria considerada apropriada uma política que transferisse renda dos mais pobres para aqueles com renda apenas um pouco abaixo da linha de pobreza, fazendo com que ultrapassassem a linha de pobreza.

sendo G_* o índice de Gini da desigualdade da distribuição da renda entre os pobres e I a razão de insuficiência de renda que, por sua vez, depende da renda média dos pobres (μ_*), conforme a expressão

$$I = 1 - \frac{\mu_*}{z} \tag{13}$$

Substituindo (13) em (12), obtemos

$$P = H\left[1 - \frac{\mu_*}{z}(1 - G_*)\right] \tag{14}$$

Dados os parâmetros α e β^2 da distribuição log-normal, e fixada a linha de pobreza, os valores de μ_* e G_* podem ser obtidos por métodos numéricos (integração numérica). Assim, utilizando as relações (1), (2), (3) e (14), pode-se analisar como o índice de pobreza de Sen (P) varia em função de m e de G, como mostram os gráficos 3 e 4 em Hoffmann (1995). Por meio dos mesmos métodos, considerando pequenas variações nos valores de m ou de G, pode-se obter as curvas que mostram como variam as elasticidades do índice de pobreza de Sen em relação a m e a G, apresentadas nas figuras 4 e 5.

Uma medida de pobreza que tem merecido atenção crescente é a proposta por Foster et alii (1984):

$$\varphi = \frac{1}{z^2}\int_0^z (z-x)^2 f(x)dx, \tag{15}$$

sendo $f(x)$ a função de densidade de probabilidade da renda x. Da mesma maneira que para o índice de pobreza de Sen, métodos numéricos foram utilizados para determinar como φ varia em função de m e de G [ver gráfico 5 e 6 em Hoffmann (1995)] e como se comportam as elasticidades de φ em relação a m e em relação a G (ver figuras 6 e 7 adiante).

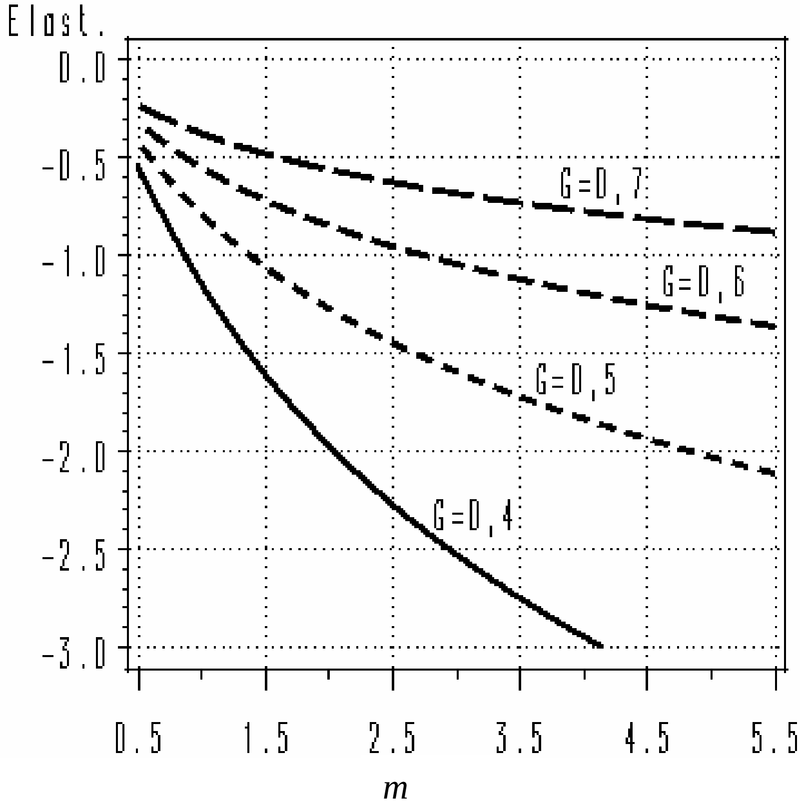

Fig. 4. A elasticidade do índice de pobreza de Sen em relação à renda média [$\varepsilon\,(P|m)$] para uma distribuição log-normal.

Comparando as figuras 1, 4 e 6 verifica-se que

$$\varepsilon\,(H|m) > \varepsilon\,(P|m) > \varepsilon\,(\varphi|m) \tag{16}$$

Como se trata de elasticidades negativas, isso significa que, dado os valores de m e de G, o valor absoluto de $\varepsilon\,(\varphi|m)$ é maior do que o valor absoluto de $\varepsilon\,(P|m)$ que, por sua vez, é maior do que o valor absoluto de $\varepsilon\,(H|m)$.

Esse resultado está associado à diferente sensibilidade das medi-

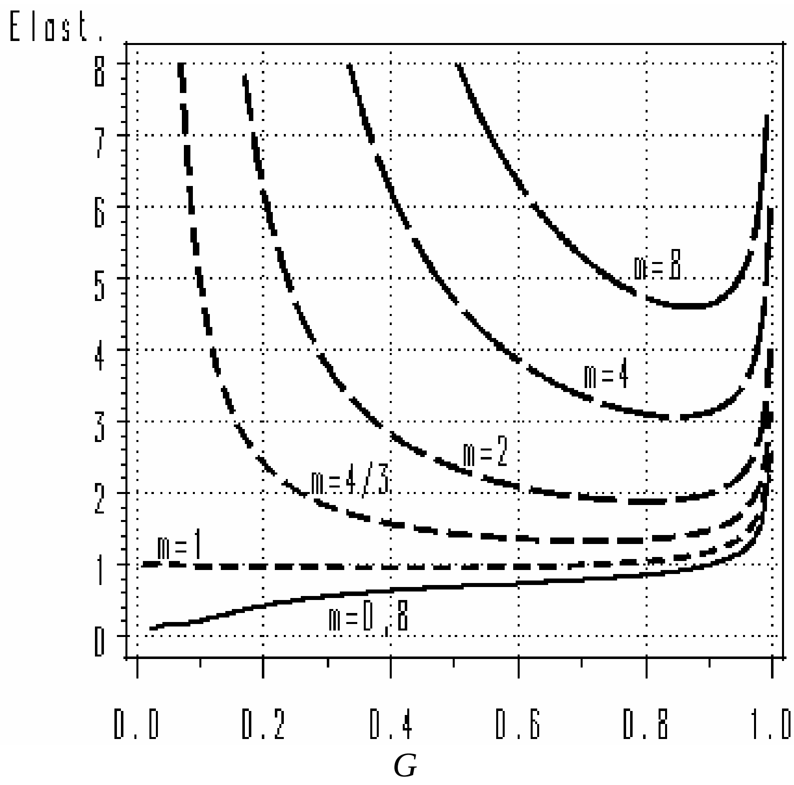

Fig. 5. A elasticidade do índice de pobreza de Sen em relação ao índice de Gini [$\varepsilon(P|G)$] para uma distribuição log-normal.

das de pobreza à intensidade da pobreza, sendo que no cálculo de H não se considera o valor da insuficiência de renda, no cálculo do índice de Sen a insuficiência de renda é ponderada pela posição de ordem dos pobres (ordenados do menos pobre até o mais pobre) e no cálculo do índice de Foster, Greer e Thorbecke considera-se o quadrado da insuficiência de renda.

Analogamente, comparando as figuras 2, 5 e 7, verifica-se que

$$\varepsilon(H|G) < \varepsilon(P|G) < \varepsilon(\varphi|G) \tag{17}$$

Como a metodologia usada neste trabalho se baseia na

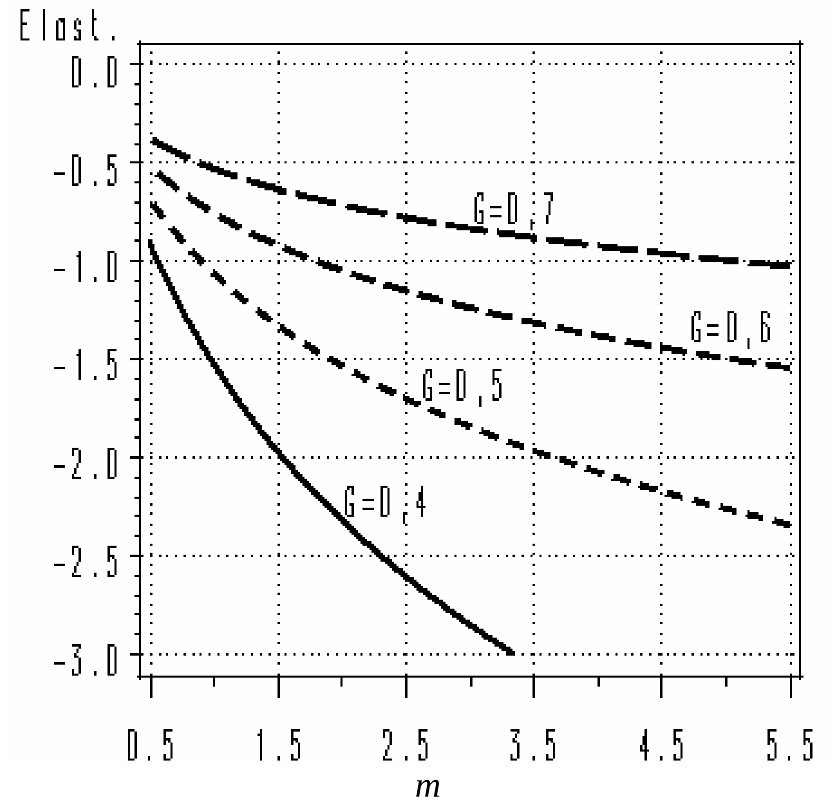

Fig. 6. A elasticidade do índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke em relação à renda média $[\varepsilon(\varphi|m)]$ para uma distribuição log-normal.

distribuição log-normal, é importante discutir em que medida é razoável pressupor que a distribuição do rendimento domiciliar *per capita* no Brasil é log-normal. Com base nos dados da PNAD, os testes usuais levam a rejeitar a hipótese de que a distribuição da renda no Brasil é log-normal. Aitchison e Brown (1957), p. 113 mostram que uma das características da distribuição de renda log-normal é que a proporção da população com renda abaixo da média é o complemento da proporção da renda apropriada por essas pessoas. Com os dados da PNAD de

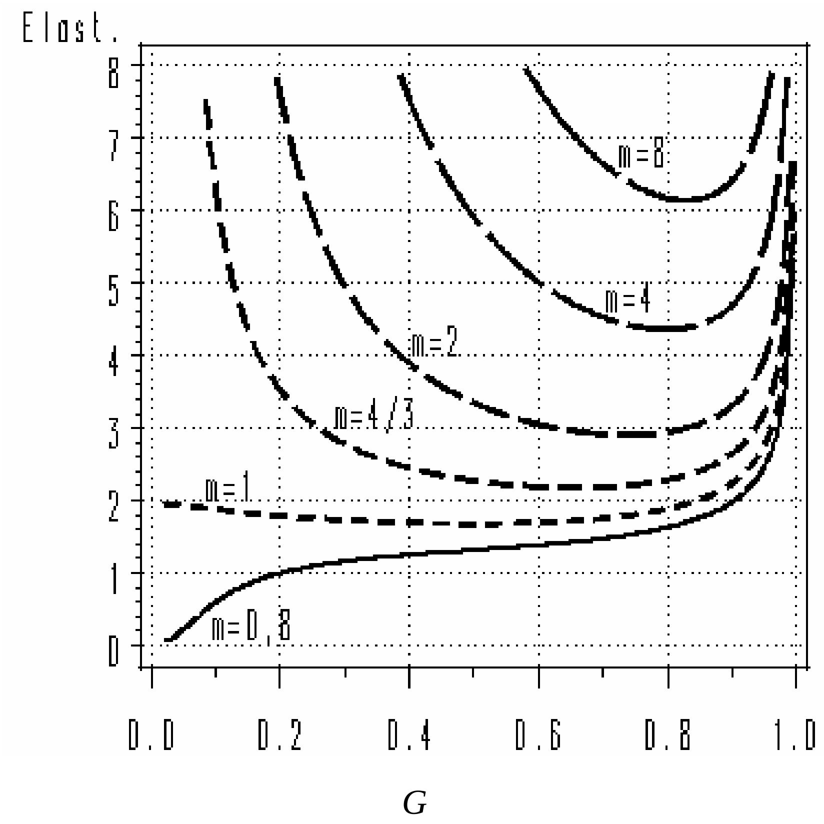

Fig. 7. A elasticidade do índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke em relação ao índice de Gini $[\varepsilon(\varphi|G)]$ para uma distribuição log-normal.

2002 verificamos que 74,0% das 167,26 milhões de pessoas tem rendimento domiciliar *per capita* abaixo da média (R$ 327,53) e se apropriam de 30,3% da renda total, o que é substancialmente mais do que os 26,0% que seriam observados se a distribuição fosse log-normal.

No entanto, histogramas da distribuição de freqüências do logaritmo do rendimento domiciliar *per capita* (Y) mostram uma forma muito próxima da normal, como se pode verificar na figura

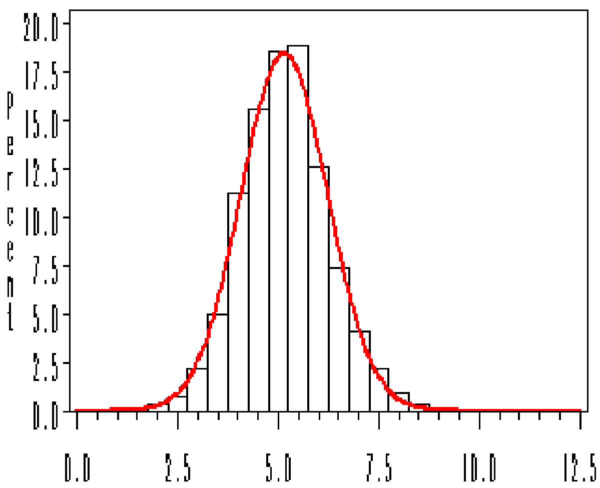

Fig. 8. Histograma da distribuição de freqüências do logaritmo do rendimento domiciliar *per capita* ($Y > 0$) no Brasil, 2002.

8, construída com os dados da PNAD de 2002[3]. Observa-se que a curva normal (com média 5,168 e desvio padrão 1,082) se ajusta bastante bem à forma do histograma.

Cabe reconhecer que o bom ajuste da log-normal mostrado na figura 8 depende do intervalo dos estratos usados na construção do histograma. Intervalos mais estreitos permitiriam ver "deformações" como a grande freqüência de valores 5,298, que é o logaritmo de R$ 200, o valor do salário mínimo no mês de referência da PNAD de 2002. Assim, a distribuição log-normal pode ser considerada apenas uma boa representação da forma

[3] Para calcular o logaritmo, foi necessário excluir os casos de rendimento domiciliar nulo (aproximadamente 1% do total de pessoas). Optamos por excluir, também, os poucos casos de rendimento domiciliar *per capita* até R$ 1 por mês. A amostra remanescente inclui 102.304 domicílios, representando uma população de 165,5 milhões de pessoas.

geral da distribuição da renda no país. Não se pode perder de vista que a log-normal é uma distribuição bastante simples, com apenas dois parâmetros. Isso é uma limitação mas é, também, uma vantagem, por tornar a metodologia relativamente simples.

Neste trabalho o procedimento para obter as elasticidades $\varepsilon(H|m)$ e $\varepsilon(H|G)$ foi o seguinte:

a) Utilizando os microdados da PNAD são calculados a média (μ) e o índice de Gini (G) da distribuição do rendimento domiciliar *per capita* no Brasil ou em determinado estado;

b) A partir de G, utilizando a relação (2), determina-se β;

c) Calcula-se α com base em (1);

d) Dispondo de α e β, e fixada a linha de pobreza z, a expressão (3) permite calcular H;

e) Lembrando que $m = \mu/z$, as expressões (7) e (9) permitem calcular $\varepsilon(H|m)$ e $\varepsilon(H|G)$.

Os valores das medidas de pobreza de Sen (P) e de Foster, Greer e Thorbecke (φ) foram obtidos utilizando integração numérica e as respectivas elasticidades em relação a $m\,[\varepsilon(P|m)$ e $\varepsilon(\varphi|m)]$ em relação a $G\,[\varepsilon(P|G)$ e $\varepsilon(\varphi|G)]$ foram obtidas considerando variações arbitrariamente pequenas em m ou G.

Uma maneira de verificar se é razoável pressupor que a distribuição de renda é log-normal é comparar o valor de H calculado em (d) e o valor da mediana dado por $\exp(\alpha)$ com os valores de H e da mediana obtidos diretamente dos microdados.

A linha de pobreza adotada, para o rendimento *per capita*, é metade do valor real do maior salário mínimo vigente em agosto de 1980 (mês de referência do Censo Demográfico de 1980), utilizando-se como deflator o INPC. Em moeda corrente essa linha de pobreza é R$ 92,29 em setembro de 1999, R$ 105,98 em setembro de 2001 e R$ 116,14 em setembro de 2002 (lembrando que setembro tem sido o mês de referência da PNAD).

3 Resultados para 1999

Tendo em vista comparar as elasticidades $\varepsilon\left(H|m\right)$ e $\varepsilon\left(H|G\right)$ estimadas por meio da metodologia descrita na seção anterior com aquelas obtidas por Marinho e Soares (2003), vamos utilizar os dados da PNAD de 1999, que é a última do período analisado por aqueles autores. Considera-se a distribuição do rendimento domiciliar *per capita* para domicílios particulares permanentes com declaração do rendimento domiciliar. O rendimento *per capita* é obtido dividindo o rendimento domiciliar pelo número de pessoas do domicílio, excluindo as pessoas cuja condição no domicílio é pensionista, empregado doméstico ou parente de empregado doméstico. Não foram excluídos os domicílios com rendimento domiciliar nulo.

A tabela 1 mostra as principais características da distribuição do rendimento domiciliar *per capita* no Brasil e nas Unidades da Federação em 1999: os rendimentos médio e mediano, o índice de Gini e a proporção de pobres.

Cabe lembrar que em RO, AC, AM, RR, PA e AP a PNAD coleta dados apenas nas áreas urbanas.

A tabela 1 mostra dois valores da proporção de pobres (H), calculados com a mesma linha de pobreza. O primeiro é obtido diretamente dos microdados da PNAD, ao passo que o segundo é calculado por meio da expressão (3), pressupondo que a distribuição do rendimento per capita é log-normal. Os dois valores são sempre semelhantes, mostrando que, sob esse aspecto, é razoável pressupor que a distribuição é log-normal. Observa-se que nos estados do Nordeste o valor de H observado é maior do que o estimado por meio da distribuição log-normal (especialmente no Maranhão), ao passo no Rio de Janeiro, em São Paulo e nos estados do Sul ocorre o inverso. Observa-se uma semelhança maior entre o valor observado da mediana (apresentado na tabela 1) e o valor de $\exp(\alpha)$. Para o Brasil, por exemplo, a mediana é R$130,3 e o valor estimado com base na distribuição log-normal é R$128,6.

A elasticidade de H em relação ao rendimento médio $[\varepsilon\,(H|m)]$ é sempre negativa e seu valor absoluto é menor do que 1 para o Brasil e para a maioria das Unidades da Federação. De acordo com nossa estimativa, um aumento de 1% no rendimento médio no Brasil leva a uma redução de 0,84% na proporção de pobres. De acordo com o que foi visto na seção 2, o valor absoluto dessa elasticidade cresce com o rendimento médio e varia inversamente com a desigualdade da distribuição, alcançando os valores mais elevados em São Paulo e Santa Catarina e sendo relativamente baixo para os estados do Nordeste.

Tabela 1
Características da distribuição do rendimento domiciliar *per capita* nas Unidades da Federação (UF) de acordo com dados da PNAD de 1999: média (μ), mediana (D), índice de Gini (G), proporção de pobres (H), elasticidade de H em relação a μ [$\varepsilon(H|m)$] e elasticidade de H em relação a G [$\varepsilon(H|G)$].

UF	$\mu^{(1)}$	$D^{(1)}$	G	$H^{(2)}$	$H^{(3)}$	$\varepsilon(H\|m)$	$\varepsilon(H\|G)$	$\varepsilon^*(H\|m))^{(4)}$
RO(5)	269,4	144,2	0,5585	0,303	0,330	−1,01	2,05	−1,38
AC(5)	265,8	118,0	0,6242	0,435	0,414	−0,75	1,81	−1,20
AM(5)	163,6	91,4	0,5462	0,506	0,496	−0,76	1,04	−1,03
RR(5)	260,9	162,1	0,5110	0,269	0,283	−1,22	2,18	−1,56
PA(5)	175,2	96,0	0,5562	0,482	0,480	−0,77	1,15	−1,05
AP(5)	182,4	103,2	0,5440	0,433	0,453	−0,83	1,24	−1,15
TO	139,2	78,6	0,5582	0,572	0,566	−0,64	0,78	–
MA	111,4	57,0	0,5744	0,713	0,654	−0,50	0,51	−0,60
PI	114,4	57,1	0,5986	0,688	0,660	−0,47	0,55	−0,52
CE	133,3	66,5	0,6119	0,653	0,621	−0,50	0,72	−0,63
RN	161,8	80,8	0,5946	0,560	0,544	−0,62	0,98	−0,86
PB	192,0	76,0	0,6543	0,572	0,547	−0,54	1,20	−0,81
PE	153,7	75,0	0,6031	0,584	0,569	−0,58	0,90	−0,78
AL	130,9	65,0	0,5843	0,643	0,607	−0,55	0,70	−0,71
SE	166,0	76,1	0,6230	0,568	0,561	−0,56	1,00	−0,79
BA	139,6	70,0	0,5854	0,610	0,586	−0,58	0,78	−0,75
MG	223,3	125,0	0,5622	0,378	0,399	−0,88	1,61	−1,22
ES	241,3	125,0	0,5751	0,378	0,387	−0,88	1,74	−1,24
RJ	347,6	188,2	0,5537	0,202	0,244	−1,19	2,77	−1,64
SP	368,1	209,3	0,5376	0,173	0,209	−1,32	3,06	−1,74
PR	268,8	137,6	0,5760	0,324	0,352	−0,93	1,98	−1,33
SC	283,1	175,0	0,5183	0,232	0,265	−1,24	2,38	−1,59
RS	315,8	169,0	0,5620	0,251	0,283	−1,09	2,45	−1,51
MS	233,2	130,8	0,5533	0,352	0,373	−0,94	1,73	−1,27
MT	228,6	128,3	0,5419	0,353	0,367	−0,98	1,72	−1,29
GO	225,9	126,7	0,5545	0,363	0,386	−0,92	1,65	−1,25(6)
DF	494,2	212,0	0,6236	0,230	0,237	−1,04	3,35	–
Brasil	255,1	130,3	0,5921	0,374	0,388	−0,84	1,81	–

(1) Em R$ de setembro de 1999.
(2) Calculado a partir dos microdados da PNAD com linha de pobreza $z = 92,29$ reais de setembro de 1999.
(3) Obtido por meio da expressão (3), pressupondo que a distribuição do rendimento *per capita* é log-normal.
(4) Estimativa da elasticidade de H em relação ao rendimento médio obtida por Marinho e Soares (2003) com outra metodologia.
(5) Apenas área urbana.
(6) Em Marinho e Soares consta $-1,01$. O valor foi recalculado admitindo que $G = 0,56$ (ver texto).

Na última coluna da tabela 1 reproduzimos o valor da elasticidade de H em relação ao rendimento médio obtido por Marinho e Soares (2003). Esses valores são calculados com base em uma equação de regressão de $\ln H$ contra $\ln\mu$ e $\ln G$, incluindo um termo em $(\ln\mu)^2$ e um termo com a interação $(\ln\mu)(\ln G)$. A equação foi estimada a partir de valores de H, μ e G para cada estado, obtidos das PNAD de 1985 a 1999, incluindo um efeito fixo de cada estado. O trabalho informa que os valores dessas variáveis foram extraídos de Cossio (2002). Verificamos que na tabela 3 do trabalho de Cossio (2002), ao que tudo indica, estão trocados os valores do índice de Gini para Goiás e Distrito Federal em 1999: deve ser $G = 0,56$ para Goiás e $G = 0,63$ para Distrito Federal. Então a elasticidade de H em relação ao rendimento médio para Goiás em 1999 foi recalculada com $G = 0,56$, obtendo-se $-1,25$ (em lugar de $-1,01$). A estimativa da elasticidade $\varepsilon(H|m)$ obtida por Marinho e Soares (2003) é, em valor absoluto, sempre maior do que o valor que calculamos com base na distribuição log-normal, mas o padrão de variação entre estados é muito semelhante, apesar de a metodologia adotada ser totalmente distinta. Para as duas estimativas observa-se que os valores absolutos mais elevados são os referentes a Roraima (urbano), São Paulo, Rio de Janeiro e Santa Catarina, e os valores absolutos mais baixos são os referentes a Maranhão, Piauí e Ceará.

São várias as razões para a diferença sistemática entre as estimativas de $\varepsilon\,(H|m)$ de Marinho e Soares (2003) e as obtidas neste trabalho. Aqui admitimos que a distribuição do rendimento domiciliar *per capita* é log-normal, o que é, obviamente, uma simplificação da realidade. Soares (2004) mostra que a distribuição do rendimento do trabalho principal das pessoas ocupadas no Brasil apresenta modificações substanciais da sua forma em torno do salário mínimo. Essas "distorções" certamente também afetam a distribuição do rendimento domiciliar *per capita* e a maior densidade de freqüência em torno do valor da linha de pobreza fará com que a elasticidade de H seja maior do que a estimativa com base na distribuição log-normal.

Na metodologia adotada aqui, a estimativa de $\varepsilon\,(H|m)$ em cada estado em 1999 depende apenas das características da distribuição da renda no estado naquele ano. As estimativas de Marinho e Soares (2003) derivam de uma equação estimada com base em dados de 1985 a 1999, que podem estar captando mudanças "estruturais" ao longo do tempo.

A vantagem óbvia da metodologia adotada aqui é a possibilidade de obter estimativas das elasticidades $\varepsilon\,(H|m)$ e $\varepsilon\,(H|G)$ dispondo apenas do rendimento médio e do índice de Gini da distribuição (fixada a linha de pobreza).

Menezes-Filho e Vasconcellos (2004) também obtêm resultados coerentes com os apresentados aqui. Utilizando dados de 19 estados do Brasil no período 1981-2001, eles estimaram a elasticidade da proporção de pobres em relação à renda média em $-0,89$ para uma linha de pobreza mais baixa (denominada linha de indigência) e em $-0,52$ quando adotaram uma linha de pobreza mais elevada [4] .

A tabela 1 mostra, também, o valor estimado da elasticidade de H em relação a G, que para o Brasil é 1,81, significando que uma redução de 1% no índice de Gini leva a uma redução de 1,81% na proporção de pobres (com uma linha de pobreza de R$92,29 *per capita* em setembro de 1999). De acordo com o que foi visto na seção 2, essa elasticidade cresce com a renda média e é pouco sensível a G (para os valores de G observados no Brasil e os valores usuais da relação $m = \mu/z$), observando-se

[4] Há, entretanto, estimativas discrepantes de elasticidades em alguns estados, particularmente para ES, RS e MT.

valores mais altos de $\varepsilon(H|G)$ no Rio de Janeiro, São Paulo e Distrito Federal, e valores relativamente baixos para Maranhão e Piauí. Calculando os valores de $\varepsilon(H|G)$ a partir da equação de regressão estimada por Marinho e Soares (2003), verifica-se que esses valores são sistematicamente mais elevados do que os obtidos aqui, mas as duas estimativas têm um padrão de variação entre estados muito semelhante, da mesma maneira que ocorreu para a elasticidade $\varepsilon(H|m)$.

É interessante examinar a relação entre as elasticidades obtidas para o Brasil como um todo e as elasticidades em cada UF. Se o rendimento médio em cada UF tiver um pequeno aumento relativo de $100\theta\%$, é óbvio que o rendimento médio do Brasil também terá o mesmo aumento relativo e pode-se deduzir que a elasticidade da variação da proporção de pobres no país, em relação a essa variação na renda média nas 27 Unidades da Federação é

$$\bar{\varepsilon}(H|m) = \sum_{i=1}^{27} \pi_i \varepsilon_i (H|m), \tag{18}$$

sendo π_i a proporção dos pobres do Brasil localizada na i-ésima UF e $\varepsilon_i(H|m)$ a elasticidade de H em relação à renda média nesta UF. Nota-se que a elasticidade $\bar{\varepsilon}(H|m)$ é uma média ponderada das elasticidades em cada UF, sendo fator de ponderação o número de pobres em cada UF. Como a soma de distribuições log-normais não é uma distribuição log-normal, não podemos esperar que $\bar{\varepsilon}(H|m)$ seja igual ao valor da elasticidade calculada a partir das características da distribuição da renda no país como um todo, que é $\varepsilon(H|m) = 0,84$. Obtivemos $\bar{\varepsilon}(H|m) = -0,80$, que é um valor semelhante.

Para a elasticidade de H em relação a G há uma expressão semelhante a (18). Se G sofrer um mesmo pequeno acréscimo relativo em todas as UF, temos

$$\bar{\varepsilon}\left(H|G\right)=\sum_{i=1}^{27}\pi_i\varepsilon_i\left(H|G\right) \tag{19}$$

sendo $\varepsilon_i\left(H|G\right)$ a elasticidade de H em relação a G na i-ésima UF. Diferentemente do que acontece para a renda média, um aumento relativo fixo de G em todas as UF não implica um igual aumento relativo do índice de Gini de todo o país, pois este inclui a desigualdade *entre* unidades da Federação. Isso faz com que o valor de $\bar{\varepsilon}\left(H|G\right)$ seja menor do que o valor da elasticidade calculada a partir das características da distribuição da renda no Brasil todo. Para os dados da PNAD de 1999 obtivemos $\varepsilon\left(H|G\right)=1,81$ para o Brasil e $\bar{\varepsilon}\left(H|G\right)=1,47$ como média ponderada das elasticidades em cada UF.

4 Resultados para 2001 e 2002

A tabela 2 mostra as principais características da distribuição do rendimento domiciliar *per capita* no Brasil e em cada UF (Unidade da Federação), em 2001, e os valores calculados das elasticidades da proporção de pobres (H) em relação ao rendimento médio $[\varepsilon\left(H|m\right)]$ e em relação ao índice de Gini $[\varepsilon\left(H|G\right)]$. A tabela 3 mostra os mesmos resultados para a PNAD de 2002.

Dada a relativa estabilidade das rendas médias reais e do grau de desigualdade nas Unidades da Federação de 1999 a 2002, o padrão de variação dos valores de $\varepsilon\left(H|m\right)$ e $\varepsilon\left(H|G\right)$ nas tabelas 1, 2 e 3 é muito semelhante.

Em 1999 o maior valor absoluto de $\varepsilon\left(H|m\right)$ é o de São Paulo, graças a uma combinação de rendimento médio relativamente elevado e índice de Gini relativamente baixo. Santa Catarina fica com a segunda colocação.

Já em 2001 e 2002 o maior valor absoluto de $\varepsilon\,(H|m)$ é observado em Santa Catarina, graças à desigualdade excepcionalmente baixa (para os padrões brasileiros) nesta UF.

Nos três anos os valores mais elevados de $\varepsilon\,(H|G)$ são observados no Distrito Federal (graças ao rendimento médio excepcionalmente elevado) e em São Paulo. Em 2001 e 2002 o terceiro lugar fica com Santa Catarina.

Os estados do Nordeste, com sua combinação de rendimentos médios baixos e desigualdade relativamente elevada, apresentam valores absolutos baixos para as duas elasticidades [$\varepsilon\,(H|m)$ e $\varepsilon\,(H|G)$].

As médias ponderadas das elasticidades nas 27 Unidades da Federação, em 2001, são $\bar{\varepsilon}\,(H|m) = -0,80$ e $\bar{\varepsilon}\,(H|G) = 1,51$. Em 2002 essas médias ponderadas são $\bar{\varepsilon}\,(H|m) = -0,83$ e $\bar{\varepsilon}\,(H|G) = 1,54$. De acordo com o que foi discutido no final da seção anterior, no caso da elasticidade de H em relação a G, a média ponderada dos valores das 27 Unidades da Federação é um pouco menor do que a elasticidade no Brasil como um todo, pois a desigualdade no país inclui tanto a desigualdade *dentro* das UF como a desigualdade *entre* as UF.

Tabela 2
Características da distribuição do rendimento domiciliar *per capita* nas Unidades da Federação (UF) de acordo com dados da PNAD de 2001: média (μ), mediana (D), índice de Gini (G), proporção de pobres (H), elasticidade de H em relação a μ [$\varepsilon(H|m)$] e elasticidade de H em relação a G [$\varepsilon(H|G)$].

UF	$\mu^{(1)}$	$D^{(1)}$	G	$H^{(2)}$	$H^{(3)}$	$D^{(4)}$	$\varepsilon(H\|m)$	$\varepsilon(H\|G))$
RO(5)	250,6	139,3	0,5482	0,373	0,391	142,3	−0,92	1,60
AC(5)	301,3	132,5	0,6277	0,410	0,422	135,9	−0,74	1,78
AM(5)	214,7	113,3	0,5754	0,470	0,476	113,5	−0,74	1,24
RR(5)	231,6	132,5	0,5425	0,412	0,414	133,3	−0,90	1,44
PA(5)	202,5	109,6	0,5530	0,483	0,474	113,6	−0,78	1,16
AP(5)	264,6	180,0	0,4826	0,223	0,294	174,0	−1,28	1,97
TO	201,0	102,0	0,5983	0,515	0,521	99,5	−0,64	1,10
MA	133,4	70,0	0,5729	0,663	0,639	71,0	−0,52	0,56
PI	148,2	76,8	0,5971	0,628	0,621	73,6	−0,52	0,68
CE	165,0	81,0	0,6099	0,614	0,596	78,9	−0,53	0,81
RN	183,0	95,0	0,5819	0,544	0,538	95,0	−0,64	0,97
PB	159,5	80,0	0,5935	0,627	0,594	80,1	−0,56	0,77
PE	181,0	86,7	0,6169	0,589	0,572	84,6	−0,56	0,93
AL	144,0	70,0	0,6042	0,665	0,635	70,0	−0,49	0,65
SE	170,8	90,0	0,5700	0,559	0,552	91,6	−0,64	0,87
BA	162,2	83,3	0,5932	0,602	0,589	81,5	−0,56	0,79
MG	263,2	147,5	0,5575	0,362	0,384	145,9	−0,92	1,68
ES	275,2	138,0	0,5894	0,397	0,406	139,8	−0,82	1,69
RJ	407,1	213,3	0,5689	0,222	0,257	219,0	−1,13	2,73
SP	428,7	240,0	0,5489	0,183	0,218	243,0	−1,27	3,02
PR	321,5	180,0	0,5631	0,298	0,323	175,6	−1,01	2,13
SC	361,1	235,0	0,4957	0,173	0,204	231,2	−1,47	2,86
RS	363,5	204,0	0,5525	0,242	0,271	204,2	−1,14	2,51
MS	290,9	152,0	0,5636	0,335	0,357	158,7	−0,95	1,89
MT	285,4	156,7	0,5694	0,330	0,370	153,4	−0,92	1,82
GO	270,2	148,8	0,5634	0,358	0,382	147,5	−0,91	1,72
DF	545,8	234,0	0,6206	0,244	0,243	252,0	−1,04	3,25
Brasil	297,5	150,0	0,5938	0,369	0,385	149,2	−0,84	1,84

(1) Em R$ de setembro de 2001.
(2) Calculado a partir dos microdados da PNAD com linha de pobreza $z = 105,98$ reais de setembro de 2001.
(3) Obtido por meio da expressão (3).
(4) Calculado admitindo que a distribuição é log-normal: $D = \exp(\alpha)$.
(5) Apenas área urbana.

Tabela 3
Características da distribuição do rendimento domiciliar *per capita* nas Unidades da Federação (UF) de acordo com dados da PNAD de 2002: média (μ), mediana (D), índice de Gini (G), proporção de pobres (H), elasticidade de H em relação a μ [$\varepsilon(H|m)$] e elasticidade de H em relação a G [$\varepsilon(H|G)$].

UF	$\mu^{(1)}$	$D^{(1)}$	G	$H^{(2)}$	$H^{(3)}$	$D^{(4)}$	$\varepsilon(H\|m)$	$\varepsilon(H\|G))$
RO(5)	296,4	174,4	0,5415	0,323	0,356	171,1	−1,00	1,79
AC(5)	324,3	150,0	0,6226	0,417	0,421	148,8	−0,74	1,75
AM(5)	224,6	125,0	0,5628	0,473	0,480	122,8	−0,76	1,17
RR(5)	220,0	125,0	0,5595	0,475	0,484	121,4	−0,76	1,14
PA(5)	231,9	125,0	0,5600	0,476	0,465	127,7	−0,78	1,23
AP(5)	239,2	129,4	0,5508	0,437	0,444	134,9	−0,83	1,31
TO	199,0	105,0	0,5616	0,549	0,523	109,2	−0,70	0,97
MA	148,3	80,0	0,5664	0,673	0,630	80,3	−0,54	0,57
PI	174,5	82,5	0,6202	0,642	0,615	80,7	−0,50	0,77
CE	178,4	91,7	0,5877	0,607	0,583	91,1	−0,58	0,80
RN	204,0	106,1	0,5810	0,537	0,531	106,1	−0,65	0,99
PB	194,8	96,0	0,5986	0,601	0,563	96,4	−0,59	0,92
PE	201,2	97,2	0,6081	0,582	0,560	96,7	−0,58	0,96
AL	157,4	75,0	0,6022	0,676	0,634	77,0	−0,50	0,64
SE	199,5	105,4	0,5560	0,528	0,516	111,1	−0,71	0,98
BA	180,4	92,0	0,5905	0,601	0,581	91,4	−0,58	0,81
MG	296,3	164,0	0,5583	0,351	0,376	163,9	−0,93	1,73
ES	325,9	166,7	0,5768	0,354	0,365	171,6	−0,91	1,89
RJ	441,0	240,0	0,5481	0,191	0,235	250,4	−1,23	2,83
SP	464,6	255,0	0,5511	0,185	0,224	261,9	−1,25	2,97
PR	357,3	200,0	0,5363	0,253	0,286	208,9	−1,15	2,29
SC	381,0	258,3	0,4682	0,164	0,184	257,7	−1,64	2,95
RS	394,8	225,0	0,5458	0,238	0,265	225,5	−1,17	2,52
MS	334,9	178,5	0,5578	0,313	0,333	185,6	−1,00	2,02
MT	324,3	166,7	0,5711	0,330	0,360	173,4	−0,93	1,90
GO	304,5	170,0	0,5502	0,327	0,357	172,0	−0,98	1,82
DF	643,0	275,0	0,6263	0,239	0,232	291,4	−1,04	3,43
Brasil	327,5	168,0	0,5872	0,359	0,376	167,5	−0,87	1,87

(1) Em R$ de setembro de 2002.
(2) Calculado a partir dos microdados da PNAD com linha de pobreza $z = 116,14$ reais de setembro de 2002.
(3) Obtido por meio da expressão (3).
(4) Calculado admitindo que a distribuição é log-normal: $D = \exp(\alpha)$.
(5) Apenas área urbana.

Na tabela 4 são apresentados os valores do índice de pobreza de Sen (P) e do índice de Foster, Greer e Thorbecke (φ), no Brasil e em cada Unidade da Federação, com base nos dados da PNAD de 2002. Além dos valores calculados diretamente a partir dos rendimentos per capita dos domicílios, também são apresentados os valores obtidos com base na distribuição log-normal, que são sistematicamente um pouco mais elevados que os primeiros, indicando que a pressuposição de que a distribuição do rendimento domiciliar per capita é log-normal leva a superestimar a insuficiência de renda.

Na mesma tabela 4 estão as estimativas das elasticidades de P e φ em relação a m [$\varepsilon\,(P|m)$ e $\varepsilon\,(\varphi|m)$]. Comparando essas estimativas com a elasticidade da proporção de pobres em relação a m, apresentada na tabela 3, verifica-se que é obedecida a desigualdade (16). Observa-se, também, que o padrão de variação entre as Unidades da Federação é muito semelhante para as elasticidades de H, P ou φ em relação a m. O valor absoluto de $\varepsilon\,(\varphi|m)$ está próximo de 1 para os estados do Nordeste e supera 2 apenas em Santa Catarina.

A tabela 4 também mostra as estimativas das elasticidades de P e φ em relação ao índice de Gini [$\varepsilon\,(P|G)$ e $\varepsilon\,(\varphi|G)$]. Comparando essas estimativas com os valores de $\varepsilon\,(H|G)$ da tabela 3, verifica-se que é obedecida a desigualdade (17), e que o padrão de variação entre Unidades da Federação é muito semelhante para essas 3 elasticidades.

Tabela 4
Índices de pobreza de Sen (P) e de Foster, Greer e Thorbecke (φ) para a distribuição do rendimento domiciliar *per capita*[1], no Brasil e nas Unidades da Federação (UF), em 2002, e suas elasticidades em relação a μ e em relação ao índice de Gini (G).

UF	$P^{(2)}$	$P^{(3)}$	$\varphi^{(2)}$	$\varphi^{(3)}$	$\varepsilon(P\|m)$	$\varepsilon(\varphi\|m)$	$\varepsilon(P\|G)$	$\varepsilon(\varphi\|G)$
RO	0,1920	0,2073	0,0863	0,0906	−1,23	−1,46	2,84	3,90
AC	0,2429	0,2784	0,1067	0,1385	−0,92	−1,10	2,76	3,82
AM	0,2853	0,3084	0,1296	0,1492	−0,97	−1,19	2,09	3,05
RR	0,2935	0,3108	0,1371	0,1502	−0,97	−1,19	2,05	3,00
PA	0,2630	0,2957	0,1096	0,1414	−0,99	−1,22	2,17	3,14
AP	0,2519	0,2762	0,1096	0,1290	−1,05	−1,28	2,26	3,24
TO	0,3152	0,3439	0,1363	0,1706	−0,90	−1,13	1,84	2,76
MA	0,4306	0,4432	0,2081	0,2366	−0,74	−0,96	1,31	2,12
PI	0,4342	0,4499	0,2216	0,2506	−0,66	−0,86	1,53	2,41
CE	0,3886	0,4072	0,1873	0,2154	−0,76	−0,97	1,60	2,48
RN	0,3378	0,3583	0,1595	0,1824	−0,85	−1,06	1,86	2,78
PB	0,3612	0,3924	0,1634	0,2072	−0,77	−0,97	1,74	2,65
PE	0,3689	0,3937	0,1762	0,2096	−0,76	−0,95	1,79	2,71
AL	0,4434	0,4616	0,2204	0,2559	−0,67	−0,87	1,38	2,22
SE	0,3219	0,3367	0,1478	0,1654	−0,93	−1,15	1,85	2,77
BA	0,3860	0,4067	0,1872	0,2156	−0,76	−0,97	1,62	2,50
MG	0,1994	0,2260	0,0855	0,1020	−1,14	−1,36	2,77	3,82
ES	0,1952	0,2228	0,0816	0,1020	−1,11	−1,32	2,95	4,02
RJ	0,0971	0,1269	0,0382	0,0515	−1,45	−1,67	4,03	5,20
SP	0,1016	0,1203	0,0431	0,0486	−1,47	−1,68	4,18	5,37
PR	0,1349	0,1577	0,0545	0,0654	−1,38	−1,61	3,42	4,53
SC	0,0783	0,0849	0,0286	0,0296	−1,92	−2,19	4,18	5,36
RS	0,1286	0,1462	0,0527	0,0605	−1,39	−1,61	3,68	4,82
MS	0,1593	0,1950	0,0621	0,0856	−1,22	−1,44	3,11	4,19
MT	0,1870	0,2176	0,0807	0,0987	−1,44	−1,35	2,96	4,03
GO	0,1786	0,2100	0,0745	0,0928	−1,20	−1,42	2,88	3,94
DF	0,1362	0,1372	0,0588	0,0608	−1,22	−1,39	4,67	5,92
Brasil	0,2144	0,2335	0,0963	0,1089	−1,07	−1,27	2,91	3,99

(1) Adotando linha de pobreza de 116,14 reais de setembro de 2002 *per capita*.
(2) Calculado a partir dos microdados da PNAD de 2002.
(3) Calculado admitindo que a distribuição é log-normal.

Verifica-se que as elasticidades de H, P e φ em relação à renda média são, em valor absoluto, relativamente baixas nos estados do Nordeste e relativamente elevadas no Rio de Janeiro, São Paulo e nos estados do Sul. Isso não significa que é mais fácil diminuir a pobreza nesses estados do Sudeste e do Sul. A elasticidade é uma relação entre variações relativas. Mas se a pobreza for combatida com transferências do governo federal, o que interessa comparar é o *efeito*, sobre a medida de pobreza, de cada real transferido. O valor desse *efeito* é obtido multiplicando a elasticidade pelo valor da medida de pobreza e dividindo pelo rendimento médio. Como os estados do Nordeste têm medidas de pobreza elevadas e rendimentos médios baixos, ocorre uma inversão do comportamento do *efeito*, em comparação com a elasticidade. O valor absoluto do efeito, sobre a medida de pobreza, de um acréscimo de 1 real na renda, é relativamente elevado nos estados do Nordeste e é relativamente baixo no Rio de Janeiro, em São Paulo e nos estados do Sul. Consideremos, por exemplo, os estados do Maranhão e Santa Catarina. Em 2002 as elasticidades de φ em relação a m são $-0,96$ e $-2,19$, respectivamente, enquanto os efeitos decorrentes de um aumento de uma unidade no valor de $m = \mu/z$ são $-0,178$ e $-0,020$, respectivamente.

5 Considerações Finais

O método de determinação das elasticidades de medidas de pobreza (proporção de pobres, índice de pobreza de Sen e o índice de Foster, Greer e Thorbecke) em relação à renda média (μ) e em relação ao índice de Gini (G) usado neste trabalho, com base na pressuposição de que a distribuição de renda é log-normal, é relativamente simples e pode ser usado desde que se disponha apenas dos valores de G e da relação ($m = \mu/z$) entre a renda média e a linha de pobreza (z). A comparação com os resultados de Marinho e Soares (2003) sugere que este método leva a uma estimativa "conservadora" das elasticidades.

A distribuição log-normal se ajusta bastante bem à forma geral da distribuição da renda no Brasil e seu uso permite uma análise clara e empiricamente relevante das relações entre pobreza e variações na renda média e na desigualdade.

Referências bibliográficas

Aitchison, J. & Brown, J. A. (1957). *The Lognormal Distribution: With Special Reference to its Uses in Economics*. Cambridge University Press.

Barros, R. P. & Mendonça, R. (1997). O impacto do crescimento econômico e de reduções no grau de desigualdade sobre a pobreza. Rio de Janeiro, IPEA, Texto para Discussão no. 528.

Cossio, F. A. B. (2002). Efeitos das despesas públicas dos estados sobre indicadores socioeconômicos estaduais. Disponível em www.nemesis.org.br.

Foster, J., Greer, J., & Thorbecke, E. (1984). A class of decomposable poverty measures. *Econometrica*, 52(3):761–766.

Hoffmann, R. (1992). Desigualdade e pobreza no Brasil no período 1979-90. *Revista Brasileira de Economia*, 49(2):277–294. XIV Encontro Brasileiro de Econometria, Campos do Jordão, Anais, p.311–336.

Hoffmann, R. (1995). Relações entre pobreza absoluta, renda média e desigualdade da distribuição de renda. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 25(2):337–358.

Hoffmann, R. (1998). Desigualdade e pobreza no Brasil no período 1979/97 e a influência da inflação e do salário mínimo. *Economia e Sociedade*, 11:199–221.

Kakwani, N. (1990). Poverty and economic growth: With application to Côte d'Ivoire. LSMS (Living Standards Measurement Study) Working Paper no. 63. Washington, The World Bank.

Kuznets, S. (1955). Economic growth and income inequality. *American Economic Review*, 45(1):1–28.

Marinho, E. & Soares, F. (2003). Impacto do crescimento econômico e da concentração de renda sobre a redução da pobreza nos estados brasileiros. In *XXXI Encontro Nacional de Economia*, Porto Seguro, BA. ANPEC.

Menezes-Filho, N. & Vasconcellos, L. (2004). Has economic growth been pro-poor in Brazil? Why? Mimeo, Universidade de São Paulo.

Neder, H. D. (2004). Desenvolvimento de metodologias estatísticas aplicadas aos dados das PNADs. In Campanhola, C. & Graziano da Silva, J., editors, *O Novo Rural Brasileiro: Rendas das Famílias Rurais*. Embrapa, Brasília. Vol.5.

Sen, A. (1976). Poverty: An ordinal approach to measurement. *Econometrica*, 44(2):219–231.

Soares, S. S. D. (2004). O impacto distributivo do salário mínimo: A distribuição individual dos rendimentos do trabalho. *Economia Aplicada*, 8(1):47–76.

Theil, H. (1967). *Economics and Information Theory.* North-Holland, Amsterdam.

Anexo

Neste anexo procuramos mostrar que o método de Kakwani (1990) pode levar a uma estimativa da elasticidade das medidas de pobreza em relação ao índice de Gini (G) substancialmente mais alta do que o valor obtido admitindo que a distribuição permanece log-normal. Kakwani assinala que a elasticidade de uma medida de pobreza em relação a G depende da maneira como alteramos a distribuição para obter a variação em G. Ele pressupõe que o aumento em G decorre de aumentos proporcionais na diferença entre abcissa (p) e ordenada $[L\,(p)]$ da curva de Lorenz, isto é, ele admite que após o aumento na desigualdade a nova ordenada da curva de Lorenz é

$$L(p) - \lambda\,[p - L(p)]\,,$$

sendo λ o aumento relativo no índice de Gini.

Para visualizar como a pressuposição de Kakwani difere da pressuposição de que a distribuição permanece log-normal, apresentamos, na figura 9, três curvas de Lorenz. A curva contínua corresponde a uma distribuição log-normal com $G = 0,5$. A linha tracejada com traços curtos é a curva de Lorenz de uma distribuição log-normal com um índice de Gini 30% mais elevado, isto é, $G = 0,65$. A linha tracejada com traços mais longos é a curva de Lorenz obtida a partir da inicial (linha contínua) pelo método de Kakwani, com $\lambda = 0,3$, que passamos a denominar de curva de Kakwani. Verifica-se que a curva de Kakwani tem ordenada negativa para $p \leq 0,296$. Fica claro que para linhas de pobreza baixas, um determinado aumento da desigualdade corresponde a um maior aumento da pobreza com a pressuposição de Kakwani do que quando admitimos que a distribuição permanece log-normal. A diferença entre as elasticidades baseadas nas duas pressuposições é maior no caso do índice de Foster, Greer e Thorbecke, que é especialmente sensível ao valor da insuficiência de renda dos pobres.

O fato de que a pressuposição de Kakwani pode levar a rendas negativas já permite questionar se ela é razoável. Cabe assinalar que um aumento de desigualdade com o método de Kakwani necessariamente gera rendas negativas se na distribuição original houver pessoas com renda igual a zero.

A figura 9 mostra que, em comparação com a curva de Lorenz da distribuição log-normal, a curva de Kakwani é obtida com um aumento de desigualdade muito maior na cauda esquerda da distribuição, e um aumento de desigualdade relativamente pequeno na cauda direita da distribuição.

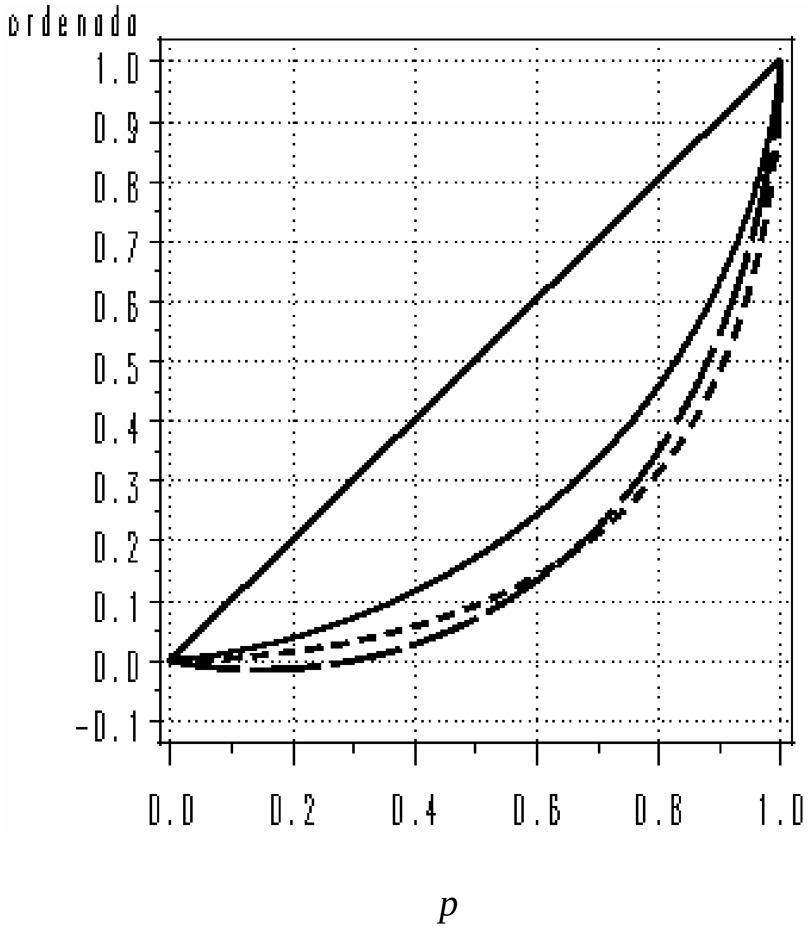

Fig. 9. Curvas de Lorenz para uma distribuição log-normal com $G = 0,5$ (linha contínua), para uma distribuição log-normal com $G = 0,65$ (linha tracejada com traços curtos) e a obtida pelo método de Kakwani (linha tracejada com traços longos).